

**WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI W KLASIE IV
ZAKRES ROZSZERZONY**

Kategorie celów nauczania:

- A – zapamiętanie wiadomości
 B – rozumienie wiadomości
 C – stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych
 D – stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych

Poziomy wymagań edukacyjnych:

- K – konieczny – ocena dopuszczająca (2)
 P – podstawowy – ocena dostateczna (3)
 R – rozszerzający – ocena dobra (4)
 D – dopełniający – ocena bardzo dobra (5)
 W – wykraczający – ocena celująca (6)

JEDNOSTKA TEMATYCZNA	LICZBA JEDNOSTEK	CELE KSZTAŁCENIA W UJĘCIU OPERACYJNYM WRAZ Z OKREŚLENIEM WYMAGAŃ			
		podstawowe			ponadpodstawowe
		KATEGORIA A Uczeń zna:	KATEGORIA B Uczeń rozumie:	KATEGORIA C Uczeń potrafi:	KATEGORIA D Uczeń potrafi:
PRAWDOPODOBIENSTWO CZĘŚĆ 1 25 h					
Prawdopodobieństwo, podstawowe pojęcia	2	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe, zdarzenie niemożliwe, zdarzenie pewne (K) klasyczną definicję prawdopodobieństwa (K) pojęcia zdarzeń przeciwnych i zależności pomiędzy ich prawdopodobieństwami (K) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe, zdarzenie niemożliwe, zdarzenie pewne (K) klasyczną definicję prawdopodobieństwa (K) prawdopodobieństwo jest liczbą z przedziału $(0; 1)$ (K) 	<ul style="list-style-type: none"> określić zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego (K-R) określić zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu (K-R) ustalać zdarzenia przeciwne do danych (K) obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa (K-P) obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, wykorzystując zdarzenia przeciwne (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa w sytuacjach nietypowych (R-D)
Obliczanie prawdopodobieństwa	2			<ul style="list-style-type: none"> obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa (K-P) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa w sytuacjach nietypowych (R-D)

				<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, wykorzystując tabele ilustrujące przestrzeń zdarzeń elementarnych (K-P) 	
Drzewka	3	<ul style="list-style-type: none"> • metodę drzewek (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • metodę drzewek (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z metody drzewek (K-P) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z metody drzewek w sytuacjach nietypowych (R-W)
Zasada mnożenia i zasada dodawania	3	<ul style="list-style-type: none"> • zasadę mnożenia (K) • zasadę dodawania (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • zasadę mnożenia (K) • zasadę dodawania (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować zasadę mnożenia (K-R) • rozwiązać zadania z zastosowaniem zasady mnożenia (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować zasadę mnożenia i zasadę dodawania w sytuacjach nietypowych (R-D) • rozwiązać nietypowe zadania z zastosowaniem zasady mnożenia i zasady dodawania (R-D)
Wariacje	3	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie silni (K) • pojęcie permutacji (K) • pojęcia: wariacja bez powtórzeń, wariacja z powtórzeniami (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • zasadę mnożenia (K) • pojęcie silni (K) • pojęcie permutacji (K) • pojęcia: wariacja bez powtórzeń, wariacja z powtórzeniami (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć wartości wyrażeń zawierających symbol silni (K-R) • rozwiązać równanie zawierające symbol silni (P-R) • stosować zasadę mnożenia (K-R) • ustalić liczbę permutacji (K-R) • ustalić liczby wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • ustalić liczby permutacji, wariacji z powtórzeniami oraz wariacji bez powtórzeń (R-D) • rozwiązać nietypowe zadania z zastosowaniem permutacji, wariacji z powtórzeniami oraz wariacji bez powtórzeń (R-W)
Kombinacje	3	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie kombinacji (K) • pojęcie symbolu Newtona (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie kombinacji (K) • pojęcie symbolu Newtona (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • ustalić liczbę kombinacji (K-P) • obliczyć wartości wyrażeń zawierających symbol Newtona (K-P) • rozwiązać zadania z zastosowaniem kombinacji (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • ustalić liczbę kombinacji (R-D) • rozwiązać nietypowe zadania z zastosowaniem kombinacji (R-D)
Dwumian Newtona	2	<ul style="list-style-type: none"> • wzór Newtona (P) • własności trójkąta Pascala (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • wzór Newtona (P) • własności trójkąta Pascala (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować wzór Newtona (P) • przekształcić wyrażenie korzystając ze wzoru Newtona (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać nietypowe zadania z zastosowaniem własności wzoru Newtona (R-W)

				• rozwiązać zadania wykorzystując wzór Newtona (P-R)	
Kombinatoryka i prawdopodobieństwo	4			• stosować kombinatorykę w rachunku prawdopodobieństwa (K-R)	• stosować kombinatorykę w rachunku prawdopodobieństwa w sytuacjach nietypowych (R-D)
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu <i>Prawdopodobieństwo. Część 1.</i>			
PRAWDOPODOBIENSTWO. CZĘŚĆ 2 15 h					
Suma i iloczyn zdarzeń	2	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: suma i iloczyn zdarzeń, zdarzenia wykluczające się (K) • twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń (K) • własności prawdopodobieństwa (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: suma, iloczyn zdarzeń, zdarzenia wykluczające się (K) • własności prawdopodobieństwa (K) • twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznać zdarzenia wykluczające się (K-P) • określić sumę, iloczyn zdarzeń (K-P) • obliczyć prawdopodobieństwa sumy i iloczynu zdarzeń (K-P) • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z własności prawdopodobieństwa (K-P) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z własności prawdopodobieństwa w sytuacjach nietypowych (R-D)
Prawdopodobieństwo warunkowe	3	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwo warunkowe (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nietypowe zadania z wykorzystaniem wzoru na prawdopodobieństwo warunkowe (R-D)
Prawdopodobieństwo całkowite	3	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym (P) • wzór Bayesa (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwo całkowite (P-R) • obliczyć prawdopodobieństwo z wykorzystaniem wzoru Bayesa (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym (R-D) • obliczyć prawdopodobieństwo z wykorzystaniem wzoru Bayesa w sytuacjach nietypowych (P-R)
Zdarzenia niezależne	2	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie niezależności dwóch zdarzeń (K) • własności zdarzeń niezależnych (P) • pojęcie niezależności trzech zdarzeń (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie niezależności dwóch zdarzeń (K) • własności zdarzeń niezależnych (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • badać niezależność dwóch zdarzeń (K-R) • stosować własności zdarzeń niezależnych (P-R) • badać niezależność trzech zdarzeń (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem badania niezależności zdarzeń oraz własności zdarzeń niezależnych (R-D)
Schemat Bernoullego	2	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie próba Bernoullego (P) • pojęcie schemat Bernoullego (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie schemat Bernoullego (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwo otrzymania k sukcesów w n próbach Bernoullego (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować schemat Bernoullego w nietypowych zadaniach (R-D)

		• wzór do schematu Bernoullego (P)	• wzór do schematu Bernoullego (P)		
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu <i>Prawdopodobieństwo. Część 2</i>			
GRANICE FUNKCJI 14 h – 16 h					
Granice funkcji – intuicje	2	<ul style="list-style-type: none"> • zapis granicy funkcji w nieskończoności i w punkcie (K) • zapis jednostronnej granicy funkcji (K) • pojęcie granicy właściwej funkcji (K) • pojęcie granicy niewłaściwej funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • zapis granicy funkcji w nieskończoności i w punkcie (K) • zapis jednostronnej granicy funkcji (K) • pojęcie granicy właściwej funkcji (K) • pojęcie granicy niewłaściwej funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • określić granice funkcji na podstawie jej wykresu (K-R) • szkicować wykres funkcji, mając daną jej dziedzinę i granice tej funkcji (K-R) • szkicować wykres funkcji zadanej wzorem i na podstawie wykresu określać granice tej funkcji (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • podać wzór funkcji spełniającej określone warunki, a następnie ustalić granice tej funkcji (R-D)
Granice funkcji – definicje	2	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie granicy właściwej w $+\infty$ i w $-\infty$ (P) • pojęcie granicy niewłaściwej w $+\infty$ i w $-\infty$ (P) • definicję granicy właściwej funkcji w punkcie (P) • definicję granicy niewłaściwej funkcji w punkcie (P) • definicje granicy właściwej lewostronnej i prawostronnej (P) • definicje granicy niewłaściwej lewostronnej i prawostronnej (P) • związek między granicami jednostronnymi a granicą funkcji w punkcie (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie granicy właściwej w $+\infty$ i w $-\infty$ (P) • pojęcie granicy niewłaściwej w $+\infty$ i w $-\infty$ (P) • definicję granicy właściwej funkcji w punkcie (P) • definicję granicy niewłaściwej funkcji w punkcie (P) • definicje granicy właściwej lewostronnej i prawostronnej (P) • definicje granicy niewłaściwej lewostronnej i prawostronnej (P) • związek między granicami jednostronnymi a granicą funkcji w punkcie (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • określić granice funkcji w $+\infty$ i w $-\infty$, korzystając z definicji (P-R) • określić granice funkcji w punkcie, korzystając z definicji (P-R) • korzystając z definicji, wykazać, że dana funkcja nie ma granicy (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • korzystając z definicji, określić granice funkcji w $+\infty$ i w $-\infty$ (R-D) • korzystając z definicji, określić granice funkcji w punkcie (R-D) • korzystając z definicji, wykazać, że dana funkcja nie ma granicy (R-D)
Funkcje ciągłe	2	<ul style="list-style-type: none"> • definicja funkcji ciągłej w punkcie (K) • własności funkcji ciągłych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie funkcji ciągłej w punkcie (K) • własności funkcji ciągłych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • wskazać punkty, w których funkcja nie jest ciągła (K-R) • sprawdzić ciągłość funkcji w punkcie i w całej dziedzinie (K-R) 	

Twierdzenie Darboux	1-2	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie Darboux 	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie Darboux 	<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnić przyjmowanie przez funkcję daną wzorem określonych wartości (P-R) • sprawdzić czy równanie ma rozwiązanie w podanym przedziale (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystywać twierdzenie Darboux w zadaniach na dowodzenie (R-D)
Obliczanie granic	2 - 3	<ul style="list-style-type: none"> • własności granic właściwych funkcji w nieskończoności (K) • własności granic niewłaściwych funkcji w nieskończoności (K) • symbole nieoznaczone (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • własności granic właściwych funkcji w nieskończoności (K) • własności granic niewłaściwych funkcji w nieskończoności (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć granice funkcji w nieskończoności, wykorzystując własności granic właściwych i niewłaściwych (K-R) • obliczyć granice funkcji z symbolami nieoznaczonymi (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć granice funkcji w nieskończoności, wykorzystując własności granic właściwych i niewłaściwych (R-D) • obliczyć granice funkcji z symbolami nieoznaczonymi (R-D) • obliczyć, dla jakich wartości parametrów granice przyjmują określoną wartość (R-D)
Obliczanie granic (cd.)	2	<ul style="list-style-type: none"> • własności granic niewłaściwych funkcji w punkcie (K) • własności jednostronnych granic niewłaściwych funkcji w punkcie (K) • definicje asymptot poziomej i pionowej wykresu funkcji (R) • definicję asymptoty ukośnej wykresu funkcji (D) 	<ul style="list-style-type: none"> • własności granic niewłaściwych funkcji w punkcie (K) • własności jednostronnych granic niewłaściwych funkcji w punkcie (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć granice funkcji w punkcie, wykorzystując własności granic niewłaściwych (K-R) • obliczyć jednostronne granice funkcji w punkcie, wykorzystując własności granic niewłaściwych (K-R) • obliczyć granice funkcji w punkcie w przypadku symboli nieoznaczonych (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć równania asymptot pionowych i poziomych wykresów funkcji (R-D)
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu <i>Granice funkcji</i>			
POCHODNA FUNKCJI 20 h – 24 h					
Pochodna funkcji w punkcie	2	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie siecznej wykresu funkcji (K) • pojęcie stycznej do wykresu funkcji (K) • definicję pochodnej funkcji w punkcie (K) • związek między pochodną funkcji w punkcie 	<ul style="list-style-type: none"> • różnice pomiędzy sieczną wykresu funkcji a styczną do wykresu funkcji (K) • związek między pochodną funkcji w punkcie i współczynnikiem kierunkowym stycznej (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć pochodne funkcji w punkcie, korzystając z definicji (K-R) • sprawdzić, czy funkcja ma pochodną w danym punkcie (K-R) • wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • wykazać, że funkcja nie ma pochodnej w danym punkcie (P-D) • korzystając z wykresu funkcji, wskazać argumenty, dla których pochodna spełnia określone warunki (P-D)

		i współczynnikiem kierunkowym stycznej (K)			
Pochodna funkcji	2	<ul style="list-style-type: none"> definicję pochodnej funkcji (K) twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji (K) wzór na pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym (K) 	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji (K) wzór na pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym (K) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć pochodne funkcji (K-R) wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązać nietypowe zadania prowadzące do obliczenia pochodnej funkcji (R-D)
Pochodna funkcji złożonej	2	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia złożenia funkcji, funkcji wewnętrznej, funkcji zewnętrznej (P) symbol złożenia funkcji (P) wzór na pochodną funkcji złożonej (P) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia złożenia funkcji, funkcji wewnętrznej, funkcji zewnętrznej (P) wzór na pochodną funkcji złożonej (P) 	<ul style="list-style-type: none"> wyznaczyć wzór funkcji złożonej, mając dane wzory funkcji wewnętrznej i zewnętrznej (P) obliczyć pochodne funkcji złożonych (P-R) wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji złożonej w danym punkcie (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> wyznaczyć wzór funkcji złożonej, mając dane wzory funkcji wewnętrznej i zewnętrznej (R-D) obliczyć pochodne funkcji złożonych (R-D) wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji złożonej w danym punkcie (R-D)
Monotoniczność funkcji	2 - 3	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenia dotyczące związku znaku pochodnej funkcji z monotonicznością funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenia dotyczące związku znaku pochodnej funkcji z monotonicznością funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> określić przedziały, w których pochodna funkcji przyjmuje wartości dodatnie, ujemne na podstawie wykresu tej funkcji (P) określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie wykresu jej pochodnej (K-P) określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wzoru (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wzoru (R-D) dopasować do wykresu pochodnej funkcji wykres tej funkcji i odwrotnie (P-D) określić wartość parametru, dla którego dana funkcja jest rosnąca lub malejąca (R-D)
Ekstrema	2 - 4	<ul style="list-style-type: none"> definicję minimum i maksimum lokalnego (K) pojęcie ekstremum lokalnego (K) warunek konieczny istnienia ekstremum (K) warunek dostateczny istnienia ekstremum (K) pojęcie punktu przegięcia (R) 	<ul style="list-style-type: none"> definicję minimum i maksimum lokalnego (K) pojęcie ekstremum (K) warunek konieczny istnienia ekstremum (K) warunek dostateczny istnienia ekstremum (K) pojęcie punktu przegięcia (R) 	<ul style="list-style-type: none"> określić ekstrema lokalne na podstawie wykresu funkcji (K-P) obliczyć ekstrema lokalne funkcji na podstawie jej wzoru (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczyć ekstrema lokalne funkcji na podstawie jej wzoru (R-D) dopasować do wykresu pochodnej wykres funkcji i odwrotnie (P-D) z badać liczbę rozwiązań równania w zależności od wartości parametrów (R-D)

					<ul style="list-style-type: none"> • wykazać określone własności funkcji (R-D)
Zastosowania pochodnej	5 - 6	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie największej wartości funkcji w danym przedziale (K) • pojęcie najmniejszej wartości funkcji w danym przedziale (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie największej wartości funkcji w danym przedziale (K) • pojęcie najmniejszej wartości funkcji w danym przedziale (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć największą i najmniejszą wartość funkcji w danym przedziale (K-P) • wyznaczyć zbiór wartości funkcji na podstawie jej wzoru (P-R) • rozwiązać proste zadanie optymalizacyjne (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać nietypowe zadanie optymalizacyjne (R-D)
Zastosowania pochodnej (cd.)	2	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie prędkości jako pochodnej funkcji opisującej zmianę odległości • pojęcie przyspieszenia jako pochodnej funkcji opisującej prędkość 	<ul style="list-style-type: none"> • fizyczną interpretację pochodnej 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania dotyczące prędkości chwilowej i przyspieszenia (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać nietypowe zadania dotyczące prędkości chwilowej i przyspieszenia (R-D)
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu <i>Pochodna funkcji</i>			
PRZYGOTOWANIE DO MATURY 44 h – 58 h					